Multiply Out Brackets and Factorising

1 a) $(x-3)(x^2+4x-1)$

$= x^3+4x^2-x-3x^2-12x+3$

$= x^2+x-13x+3$

b) $(x+4)(2x^2+3x-1)$

$= 2x^3+3x^2-x+8x^2+12x-4$

$= 2x^3+11x^2+11x-4$

c) $(x+3)(x^2+4x-12)$

$= x^3+4x^2-12x+3x^2+12x-36$

$= x^3+7x-36$

d) $(2y-3)(y^2+4y-1)$

$= 2y^3+8y^2-2y-3y^2-12y+3$

$= 2y^3+5y^2-14y+3$

e) $(3x+1)(x^2-5x+4)$

$= 3x^3-15x^2+12x+x^2-5x-4$

$= 3x^3-14x^2-7x-4$

f) $(3x-2)(2x^2+x+5)$

$= 6x^3+3x^2+15x-4x^2-2x-10$

$= 6x^3-x^2+12x-10$

2 a) $(x+5)(x-3)$ b) $(y-2)(y+3)$ c) $(x+1)(x-8)$

d) $(2p+3)(p-4)$ e) $(2x-1)(x+2)$ f) $(2x-3)(x+2)$

g) $(5-q)(7+q)$ h) $(8-s)(3-s)$ i) $(3m+5)(2m+1)$

j) $(5d+2)(2d-3)$ k) $(3p+8)(3p-2)$ l) $(4+a)(5-5a)$

3 a) $(x+5)(x-5)$ b) $(a+1)(a-1)$ c) $(a+10)(a-10)$

d) $(2p+3)(2p-3)$ e) $(8p+11)(8p-11)$ f) $(6+5u)(6-5u)$

g) $(x+4y)(x-4y)$ h) $(7t+12s)(7t-12s)$ i) $(f+30q)(f-30q)$

j) $5(x+10)(x-10)$ k) $3(w+9)(w-9)$ l) $10(v-2)(v+2)$

m) $3(2p+1)(2p-1)$ n) $5(2+3s)(2-3s)$ o) $7(y+2z)(y-2z)$

p) $3(3a+4b)(3a-4b)$ q) $5(5d+3e)(5d-3e)$ r) $2(7f+10g)(7f-10g)$

4) a) $(x+3)^2+1$ b) $(y-1)^2+2$

c) $(z+4)^2-26$ d) $(a-5)^2-30$

e) $(b+9)^2-162$ f) $(c-20)^2-399$

g) $(r+\frac{5}{2})^2-\frac{45}{4}$ h) $(s+\frac{1}{2})^2+\frac{7}{4}$

i) $(t-\frac{3}{2})^2-\frac{13}{4}$ j) $(m+\frac{1}{4})^2+\frac{3}{16}$

k) $(n+0.3)^2-1.09$ l) $(w-0.8)^2+1.36$.

Surds and Indices

1 a) $2\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5}$ c) $3\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{2}$

e) $3\sqrt{5}$ f) $4\sqrt{3}$ g) $5\sqrt{2}$ h) $3\sqrt{7}$

i) $5\sqrt{3}$ j) $2\sqrt{11}$ k) $7\sqrt{2}$ l) $10\sqrt{5}$

m) $10\sqrt{2}$ n) $9\sqrt{2}$ o) $40\sqrt{2}$ p) $30\sqrt{10}$

2) a) 3 b) 7 c) 2a

d) $2\sqrt{3}$ e) $3\sqrt{2}$ f) $5\sqrt{3}$

g) $\sqrt{10}$ h) $\sqrt{21}$ i) $\sqrt{22}$

j) 4 k) $4\sqrt{3}$ l) 10

m) $2\sqrt{5}$ n) $3\sqrt{2}$ o) $4\sqrt{6}$

p) 30 q) 30 r) $15\sqrt{15}$

3) a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{2}$.

e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ f) $2\sqrt{5}$ g) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ h) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

i) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ j) $\frac{7\sqrt{5}}{10}$

INDICES

1 a) $a^5 \times a^4$
$= a^9$

b) $n^{-12} \times n^9$
$= n^{-3}$

c) $c^6 \times c$
$= c^7$

d) $d^{\frac{1}{2}} \times d^3$
$= d^{\frac{7}{2}}$

e) $3a^4 \times 5a^3$
$= 15a^7$

f) $4b^9 \times 2b^{-6}$
$= 6b^3$

g) $8c^3 \times 7c$
$= 56c^4$

h) $\frac{v^6}{v^2} = v^4$

i) $y^{19} \div y^{-5}$
$= y^{24}$

j) $\frac{k^5}{k} = k^4$

k) $\frac{12c^5}{6c^3} = 2c^2$

l) $\frac{48f^{10}}{6f^{-4}} = 8f^{14}$

m) $30c^6 \div c^4$
$= 30c^2$

n) $(c^6)^5 = c^{30}$

o) $(y^7)^{-5} = y^{-35}$

p) $(6h^3)^3 = 216h^{15}$

q) $(2x^{-2})^5$
$= 32x^{-10}$

r) $(xy)^5$
$= x^5y^5$

s) $(x^2y^3)x^4$
$= x^6y^{12}$

t) $(h^3k^5)^{-8}$
$= h^{-24}k^{-40}$

2 a) $k^8 \div (k^3)^{-2}$
$k^8 \times k^{-6}$
$= k^2$

b) $6x^{3/2} \div 2x^{1/2}$
$= 3x^{3/2 - 1/2}$
$= 3x$

c) $\frac{b^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{3}{2}}}{b}$
$= \frac{b^2}{b}$
$= b$

d) $\frac{3a^5 \times 2a}{a^2}$
$= \frac{6a^6}{a^2}$
$= 6a^4$

e) $a^2(2a^{-1/2} + a)$
$= (a^2 \times 2a^{-1/2}) + (a^2 \times a)$
$= 2a^{3/2} + a^3$

f) $a^{2/3}(a^{2/3} - a^{-2/3})$
$= (a^{2/3} \times a^{2/3}) - (a^{2/3} \times a^{-2/3})$
$= a^{4/3} - a^0$
$= a^{4/3} - 1$

g) $a^{1/2}(a^{1/2} - 2)$
$= (a^{1/2} \times a^{1/2}) - (a^{1/2} \times 2)$
$= a - 2a^{1/2}$

h) $x^{1/2}(3x - x^{-1})$
$= 3x^{3/2} - x^{-1/2}$

Algebraic Fractions

a) $\frac{2}{a+1} + \frac{3}{a}$

$= \frac{2a+3(a+1)}{a(a+1)}$

$= \frac{2a+3a+3}{a(a+1)}$

$= \frac{5a+3}{a(a+1)}$

b) $\frac{4}{w+3} - \frac{7}{w}$

$= \frac{4w-7(w+3)}{w(w+3)}$

$= \frac{4w-7w-21}{w(w+3)}$

$= \frac{-3w-21}{w(w+3)}$

$= \frac{-3(w+7)}{w(w+3)}$

c) $\frac{6}{e-5} + \frac{9}{e}$

$= \frac{6e+9(e-5)}{e(e-5)}$

$= \frac{6e+9e-45}{e(e-5)}$

$= \frac{15e-45}{e(e-5)}$

$= \frac{15(e-3)}{e(e-5)}$

d) $\frac{5}{m} - \frac{8}{m+2}$

$= \frac{5(m+2)-8m}{m(m+2)}$

$= \frac{5m+10-8m}{m(m+2)}$

$= \frac{-3m+10}{m(m+2)}$

e) $\frac{1}{r} + \frac{9}{r-7}$

$= \frac{r-7+9r}{r(r-7)}$

$= \frac{10r-7}{r(r-7)}$

f) $\frac{7}{v} - \frac{3}{v-9}$

$= \frac{7(v-9)-3v}{v(v-9)}$

$= \frac{7v-63-3v}{v(v-9)}$

$= \frac{4v-63}{v(v-9)}$

g) $\frac{3}{b+1} + \frac{2}{b+3}$

$= \frac{3(b+3)+2(b+1)}{(b+1)(b+3)}$

$= \frac{3b+9+2b+2}{(b+1)(b+3)}$

$= \frac{5b+11}{(b+1)(b+3)}$

h) $\frac{4}{n-5} + \frac{6}{n+2}$

$= \frac{4(n+2)+6(n-5)}{(n-5)(n+2)}$

$= \frac{4n+8+6n-30}{(n-5)(n+2)}$

$= \frac{10n-22}{(n-5)(n+2)}$

i) $\frac{5}{s+4} - \frac{8}{s+7}$

$= \frac{5(s+7)-8(s+4)}{(s+4)(s+7)}$

$= \frac{5s+35-8s-32}{(s+4)(s+7)}$

$= \frac{-3s+3}{(s+4)(s+7)}$

j) $\frac{7}{t-2} - \frac{9}{t+5}$

$= \frac{7(t+5)-9(t-2)}{(t-2)(t+5)}$

$= \frac{7t+35-9t+18}{(t-2)(t+5)}$

$= \underline{\frac{-2t+53}{(t-2)(t+5)}}$

k) $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{x-7}$

$= \frac{5(x-7)+(x-1)}{(x-1)(x-7)}$

$= \frac{5x-35+x-1}{(x-1)(x-7)}$

$= \frac{6x-36}{(x-1)(x-7)}$

$= \underline{\frac{6(x-6)}{(x-1)(x-7)}}$

l) $\frac{9}{y-8} - \frac{6}{y-5}$

$= \frac{9(y-5)-6(y-8)}{(y-8)(y-5)}$

$= \frac{9y-45-6y+48}{(y-8)(y-5)}$

$= \frac{3y+3}{(y-8)(y-5)}$

$= \underline{\frac{3(y+1)}{(y-8)(y-5)}}$

Circle

1) Sector $= \frac{x}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{54}{360} \times \pi \times 7.3^2$

$= \underline{25.1 cm^2}$

2) Large sector $= \frac{160}{360} \times \pi \times 18^2$ Small sector $= \frac{160}{360} \times \pi \times 10^2$

$= 452.4 \text{ inches}^2$ $= 139.6 \text{ inches}^2$

Shaded area $= 452.4 - 139.6 = \underline{312.8 \text{ inches}^2}$

3) Arc $= \frac{x}{360} \times \pi d$

$= \frac{72}{360} \times \pi \times 10$

$= \underline{6.28 cm}$

4) Arc $= \frac{x}{360} \times \pi d$

Arc $= \frac{110}{360} \times \underline{\pi \times d}$ (circumference)

Arc $= \frac{110}{360} \times 40.8$

Arc $= \underline{12.5 cm}$

Volume of Solids

1 a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3.2^2 \times 10$

$V = 107.2 cm^3$

b) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5.7^3$

$V = 775.7 cm^3$

c) $V = Ah$

$V = 124 \times 16$

$V = 1984 mm^3$

d) $V = \pi r^2 h$

$V = \pi \times 10^2 \times 50$

$V = 15707.96 cm^2$

2) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3$

$V = 268.1 mm^3$

$V = \pi r^2 h$

$V = \pi \times 4^2 \times 15$

$V = 753.98 mm^3$

Total volume =

$268.1 + 753.98$

$= 1022.1 mm^3$

3) $V = \pi r^2 h$

$V = \pi \times 41^2 \times 900$

$V = 4752915.5 mm^3$

$V = \pi r^2 h$

$V = \pi \times 37^2 \times 900$

$V = 3870756.3$

Total volume =

$4752915.5 - 3870756.3$

$= 882159.2$

$= 882000 mm^3$ to 3.s.f

4) a) $V = \pi r^2 h$

$V = \pi \times 1.5^2 \times 15$

$V = 106.03 m^3$

b) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$5.7 = \frac{1}{3} \times \pi \times 1.5^2 \times h$

$17.1 = \pi \times 1.5^2 = h$

$\frac{17.1}{\pi \times 1.5^2} = h$

$h = 2.4 m$

5) a) $V = \pi r^2 h$

$V = \pi \times 5^2 \times 15$

$V = 1178.1 cm^3$

$V = 1180 cm^3$ to 3.s.f

b) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$1180 = \frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times h$

$3540 = \pi \times 7^2 \times h$

$\frac{3540}{\pi \times 7^2} = h$

$h = 22.996$

$h = 23 cm$